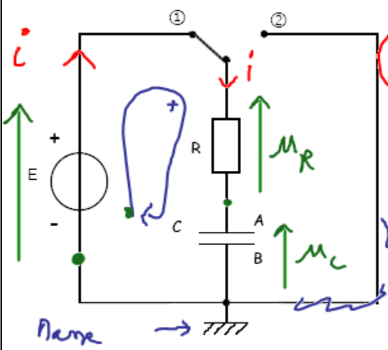
Lycée Joliot Curie à 7	***PHYSIQUE XII***	Classe de Ter Spé φχ

FICHE CHARGE – DECHARGE d'un condensateur

COURS n°12« Les condensateurs, un moyen de stocker de l'énergie … mais pas que !» »

Charge d'un condensateur

A t=0s



$u_C(0) = 0\,V$

On cherche l'éq. diffe vérifiée par u_C

1. Loi des mailles (la somme des tensions dans une boucle)

$E - u_R - u_C = 0$

$\Rightarrow E = u_R + u_C$

$\Rightarrow u_R + u_C = E$

2) Loi d'ohm : $u_R = R \times i$

3) Expression de i

$i = \frac{dq}{dt}$

$\left(I = \frac{Q}{\Delta t}\right)$

Expression de q(t)

$q = C \times u_C$

$$i = \frac{dq}{dt} = \frac{d(C \times u_C)}{dt} = C \times \frac{du_C}{dt}$$

4) L'éq. diff.

$u_R + u_C = E$

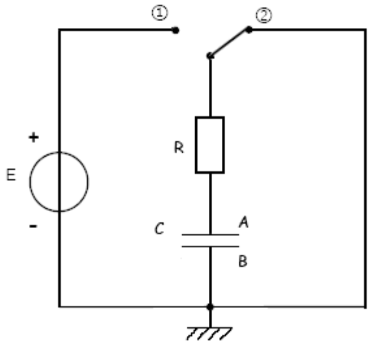
$\Rightarrow R \times i + u_C = E$

$\Rightarrow \frac{RC\frac{du_C}{dt} + u_C}{RC} = \frac{E}{RC}$ (divise par RC)

$$\Rightarrow \boxed{\frac{du_C}{dt} + \frac{1}{RC} \times u_C = \frac{E}{RC}}$$

Décharge d'un condensateur

A t=0s



$$\frac{2+3}{5} = \frac{2}{5} + \frac{3}{5}$$

$$\frac{2}{3} = \frac{1}{3} \times 2$$

La solution de l'équation différentielle est

$(2x)' = 2$

$(2t)' = 2$

$(-kt)' = -k$

$(e^u)' = u'e^u$

$$u_c(t) = \underbrace{A \times e^{-kt}}_{e^u} + \underbrace{B}$$

$$\frac{du_c}{dt} = A \times (\underbrace{-k \times e^{-kt}}_{u' \times e^u}) + 0 = -Ake^{-kt}$$

5) Recherche A et B : $u_c(t) = Ae^{-kt} + B$

conditions à $t=0$ et $t \to +\infty$

à $t = 0$ s

$u_c(0) = Ae^{-k \times 0} + B = 0$ car le C est déchargé

$\Rightarrow A \times 1 + B = 0$

$A + B = 0$

$A = -B$

si $t \to \infty$ $\lim_{t\to\infty} u_c(t) = E$

Le condensateur est chargé.

$$\Rightarrow \lim_{t\to\infty} (Ae^{-kt} + B) = E \qquad \lim_{t\to\infty} Ae^{-kt} = \lim_{t\to\infty} A \times \frac{1}{e^{kt}} \to 0$$

(*)

$\Rightarrow 0 + B = E$

$\Rightarrow B = E$

et $A = -B = -E$

$$\Rightarrow u_c(t) = -E \times e^{-kt} + E$$

6) Recherche de k

$u_c(t)$ vérifie l'éq. diff.

$$\frac{du_c}{dt} + \frac{1}{RC} u_c = \frac{E}{RC}$$

$A = -E$

$-Ake^{-kt} = +Eke^{-kt}$

$$\Rightarrow +Eke^{-kt} + \frac{1}{RC}(-Ee^{-kt} + E) = \frac{E}{RC}$$

$$\Rightarrow +Eke^{-kt} - \frac{E}{RC}e^{-kt} + \frac{E}{RC} = \frac{E}{RC}$$

$$\Rightarrow Eke^{-kt} - \frac{E}{RC}e^{-kt} = \frac{E}{RC} - \frac{E}{RC}$$

$$\Rightarrow \underbrace{Ee^{-kt}}_{0\,?} \times \underbrace{\left(k - \frac{1}{RC}\right)}_{=0} = 0$$

⚠ Cette équation est vérifiée $\forall$ les ~~les~~ valeurs de t donc $k - \frac{1}{RC} = 0 \Rightarrow k = \frac{1}{RC}$

Conclusion $u_c(t) = A e^{-kt} + B$

$$\boxed{u_c(t) = -E\, e^{-t/RC} + E}$$

$$u_c(t) = E\left(1 - e^{-t/RC}\right)$$

$$\left(-\frac{x}{2}\right)' = -\frac{1}{2}$$

Cette solution vérifie l'équa diff.

$$\frac{du_c}{dt} + \frac{1}{RC} u_c = \frac{E}{RC} \;!$$

Vérification $\frac{du_c}{dt} = -E \times \left(-\frac{1}{RC}\right) e^{-t/RC} + 0 = + \frac{E}{RC} \times e^{-t/RC}$

$$\frac{du_c}{dt} + \frac{1}{RC} u_c = \frac{E}{RC} \times e^{-t/RC} + \frac{1}{RC}\left(-E\, e^{-t/RC} + E\right)$$

$$= \cancel{\frac{E}{RC} \times e^{-t/RC}} \cancel{- \frac{E}{RC} e^{-t/RC}} + \frac{E}{RC}$$

$$= \frac{E}{RC}$$

$u_c(t)$ vérifie bien l'eq. diff.