

COURS 18

« Mécanique des fluides »

Les compétences à acquérir...

- Expliquer qualitativement l'origine de la poussée d'Archimède.
- Utiliser l'expression vectorielle de la poussée d'Archimède.
- Mettre en œuvre un dispositif permettant de tester ou d'exploiter l'expression de la poussée d'Archimède
- Exploiter la conservation du débit volumique pour déterminer la vitesse d'un fluide incompressible.
- Exploiter la relation de Bernoulli, celle-ci étant fournie, pour étudier qualitativement puis quantitativement l'écoulement d'un fluide incompressible en régime permanent.

I- Hydrostatique des fluides : Rappels de 1^{ère}

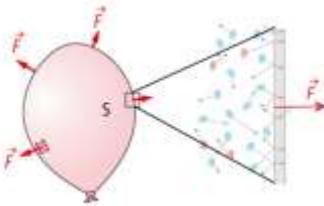
1- Qu'est ce qu'un fluide au repos ?



Un fluide est soit un liquide, soit gaz. Il n'a pas de forme fixe, mais prend la forme du récipient qu'il le contient....

Un fluide est dit au repos si, d'un point de vue **macroscopique**, celui-ci ne bouge..... pas.

2- Force pressant F :



Un fluide (liquide ou gaz), sous l'action des chocs des entités, appuie sur les parois du récipient qui le contient. Cette action est modélisée par une force,

Cette force est toujours perpendiculaire à la paroi et dirigée vers l'extérieur....

La force pressante peut être représentée par un vecteur dont la norme, c'est-à-dire son intensité peut être calculée par la relation :

$$P = \frac{F}{S} \Leftrightarrow F = P \times S$$

F : la norme de la force pressante en

...Newton.....

P : la pression en ...Pascal.....

S : La surface en ...m².....

Remarques : $P = 1 \text{ atm (atmosphère)} = 1 \text{ bar} = \dots 1,013 \dots \text{ hPa} = \dots 1,013 \dots 10^5 \dots \text{ Pa}$

3- Enoncé de la loi de Boyle – Mariotte

A température constante, le volume V occupé par un nombre donné de molécules d'un gaz est inversement proportionnel à la pression P de ce gaz.

Le produit de la pression P du gaz par le volume V qu'il occupe est constant :

$$P \times V = \text{constante}$$

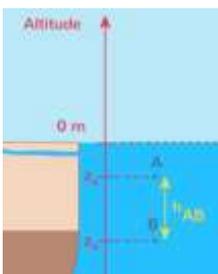
la pression P en ...Pascal.....

V : le volume du récipient ...m³.....

K : Constante de l'expérience, non universelle.

4- Loi fondamentale de la statique des fluides :

Un liquide est un fluide incompressible. Dans un liquide, la pression P à une profondeur h suit la loi fondamentale de la statique des fluides :



$$P_B = P_A + \rho_{\text{fluide}} \times g \times (z_A - z_B)$$

$$\Delta P = P_B - P_A = \rho_{\text{fluide}} \times g \times (z_A - z_B)$$

- P_A et P_B sont les pressions au points A et B exprimées en Pascal

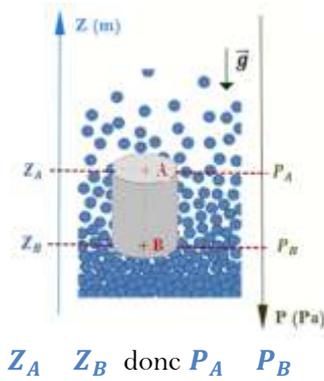
- ρ_{fluide} est la masse volumique du fluide exprimée en kg/m^3

- h_{AB} est la différence de hauteur entre les points A et B

- g vecteur champ de pesanteur de valeur $g = 9,81 \text{ N/kg}$

II- La poussée d'Archimède $\vec{\pi}$ ou \vec{A}

1- Origine de la poussée d'Archimède



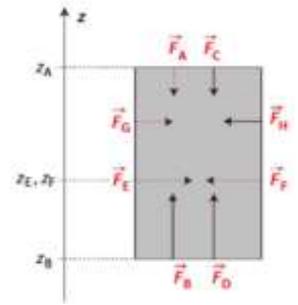
Le champ de pesanteur \vec{g} sur terre permet d'expliquer les variations de pression en fonction de l'altitude z . Plus z diminue et plus il y a de molécules (gravité) entraînant une augmentation des chocs des molécules sur une paroi. Les **forces pressantes** sont plus élevées quand l'altitude z diminue donc la pression augmente :

$$F = P \times S$$

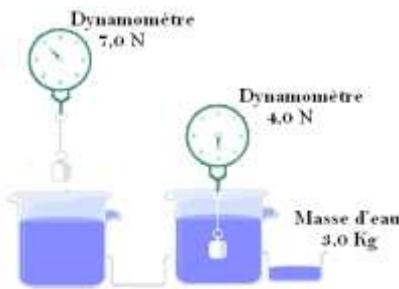
Bilan des forces sur un objet (cylindre):

- Les forces latérales se **compensent**...
- Les forces pressantes en bas sont plus **fortes**... que les forces pressantes en haut.

La résultante de ces forces est donc une force **verticale** et dirigée vers le **haut**... :
C'est la **poussée d'Archimède**... notée $\vec{\pi}$ ou \vec{A}



2- Expression vectorielle de la poussée d'Archimède :



Un objet est suspendu à un dynamomètre.

La force mesurée correspond **poide**... de l'objet : $P_{\text{objet}} = 7,0 \text{ N}$

Cet objet est immergé dans de l'eau de masse volumique $\rho_{\text{eau}} = 1,00 \text{ kg/L}$

Lors de l'immersion le volume d'eau V_{eau} récupéré correspond au volume de l'objet V_{objet}

Quelle est l'intensité de la poussée d'Archimède exercée sur l'objet ? $\pi = 7,0 - 4,0 = 3,0 \text{ N}$

Quelle est l'intensité du poids de l'eau déplacée ?

$$P_{\text{eau}} = m_{\text{eau}} \times g = 3,0 \times 10 = 3,0 \text{ N}$$

Conclure : **Le poids de l'eau déplacée P_{eau} est égale à la poussée d'A...**

Tout corps solide immergé, tout ou en partie, dans un fluide, subit de la part de ce fluide une force verticale, dirigée vers le haut de valeur égale au poids du volume de fluide déplacé : c'est la

$$\vec{\pi} = \vec{A} = m_{\text{fluide}} \times g \quad \text{c'est-à-dire} \quad \vec{\pi} = \vec{A} = \rho_{\text{fluide}} \times V_{\text{fluide déplacé}} \times g$$

***Fluide incompressible : Fluide dont la masse volumique est constante et ne dépend pas de la pression**

Exercices :



Une montgolfière est en l'air

Données :

$$V_{mg} = 3500 \text{ m}^3, m_{mg} = 400 \text{ kg}$$

$$\rho_{\text{air}}(25^\circ\text{C}) = 1,225 \text{ kg/m}^3 ;$$

$$\rho_{\text{air}}(60^\circ\text{C}) = 1,060 \text{ kg/m}^3$$

$$V_{mg} = V_{\text{air déplacé}}$$

Est-elle sur le point de monter ou descendre ?

$$\pi = \rho_{\text{air}}(25^\circ\text{C}) \times V_{\text{air déplacé}} \times g = 1,225 \times 3500 \times 9,81 = 4,21 \cdot 10^4 \text{ N}$$

$$P_{\text{ensemble}} = P_{mg} + P_{\text{air}(60^\circ\text{C})}$$

$$= m_{mg} \times g + \rho_{\text{air}}(60^\circ\text{C}) \times V_{mg} \times g$$

$$= 400 \times 9,81 + 1,060 \times 3500 \times 9,81 = 4,03 \cdot 10^4 \text{ N}$$

$$\Rightarrow \pi > P_{\text{ensemble}} \cdot \text{La } mg \nearrow$$

II- Ecoulement d'un fluide incompressible

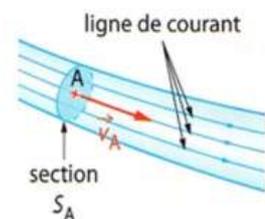
1- Régime permanent d'écoulement d'un fluide

On dit qu'un écoulement est en **régime permanent** ou stationnaire lorsqu'en chaque point la vitesse du fluide **ne varie pas avec le temps**.

Au point A, la vitesse du fluide est telle que $\vec{V}_A(t) = \text{constante}$ donc $V_A(t) = \text{constante}$

Une **ligne de courant** est la **trajectoire** d'une particule de fluide au cours d'un écoulement permanent et stationnaire.

Elle est orientée dans le **sens de déplacement** du fluide.



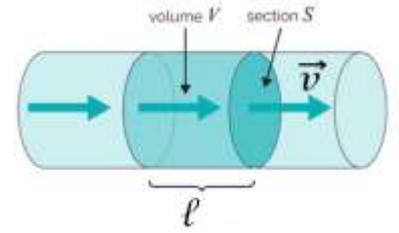
2- Débit volumique D_V :

Pour décrire l'écoulement d'un fluide incompressible en régime permanent, il est possible, en autres, de définir le débit volumique noté le plus souvent D_V

a- Définition:

Le **débit volumique D_V** est défini comme étant le volume V de fluide traversant une section S animer d'une vitesse v par unité de temps

$$\text{Soit } D_V = \frac{V}{\Delta t} \leftarrow \frac{m^3}{s}$$



Autre expression du débit volumique:

Expression du volume V

$$V = S \times l$$

$$\text{donc } D_V = \frac{S \times l}{\Delta t} = S \times v$$

Le débit volumique s'écrit aussi:

$$D_V = \frac{V}{\Delta t} = S \times v \leftarrow \text{vitesse du fluide } \frac{m}{s}$$

b- Conservation du débit volumique:

En régime permant, il y a conservation du débit volumique

$$D_V = \text{constante}$$

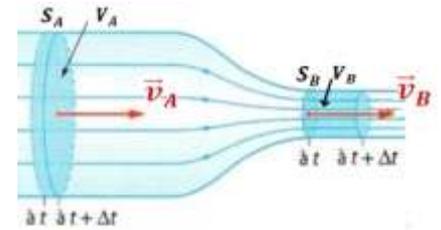
Exprimons le débit volumique au point A et au point B

$$D_V(A) = S_A \times v_A \quad D_V(B) = S_B \times v_B$$

Or il y a conservation du débit

$$\text{donc } D_V(A) = D_V(B)$$

$$\Rightarrow S_A \times v_A = S_B \times v_B$$



Si la section S_B est telle que $S_B = \frac{S_A}{2}$
alors $S_A \times v_A = \frac{S_A}{2} \times v_B$
 $\Rightarrow v_B = 2 \times v_A$

Conséquence:

$$\text{Si } S_B < S_A \text{ alors } v_B > v_A$$

Pour un écoulement permanent stationnaire d'un fluide incompressible, si la section S d'une canalisation diminue, pour un débit volumique D_V constant, la vitesse v du fluide **augmente**

Remarque: Lorsque vous arrosez avec un tuyau vous appuyez sur l'extrémité... la surface S diminue... donc la vitesse de l'eau augmente... vous arrosez plus loin.

3- Relation de Bernoulli et effet Venturi

a- Lorsqu'un fluide n'est pas en mouvement: Hydrostatique

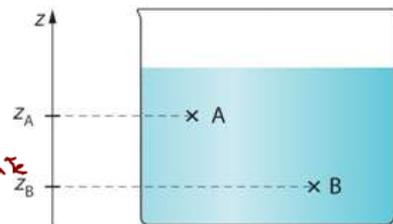
On peut écrire que

$$\Delta P = P_B - P_A = \rho_{\text{fluide}} \times g \times (z_A - z_B)$$

Transformons un peu cette équation:

$$P_B - P_A = \rho_{\text{fluide}} \times g \times z_A - \rho_{\text{fluide}} \times g \times z_B$$

$$\Rightarrow P_B + \rho_{\text{fluide}} \times g \times z_B = P_A + \rho_{\text{fluide}} \times g \times z_A = \text{constante}$$



Il semblerait qu'il y a une **conservation**... d'énergie!

b- Le fluide incompressible est maintenant en mouvement: Régime permanent

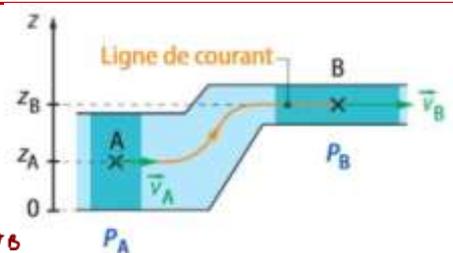
Il « suffit » d'ajouter un terme $\frac{1}{2} \times \rho \times v^2$ traduisant une énergie **cinétique**

$$P + \frac{1}{2} \times \rho_{\text{fluide}} \times v^2 + \rho_{\text{fluide}} \times g \times z = \text{constante}$$

Relation de Bernoulli:

La **relation de Bernoulli** relie en toute position appartenant à une même ligne de courant, (points A et B), d'un fluide incompressible en mouvement permanent, la **pression P** , la **valeur v** de la vitesse et la coordonnée verticale **z** de la position.

$$P_A + \frac{1}{2} \rho_{\text{fluide}} \times v_A^2 + \rho_{\text{fluide}} \times g \times z_A = P_B + \frac{1}{2} \rho_{\text{fluide}} \times v_B^2 + \rho_{\text{fluide}} \times g \times z_B$$

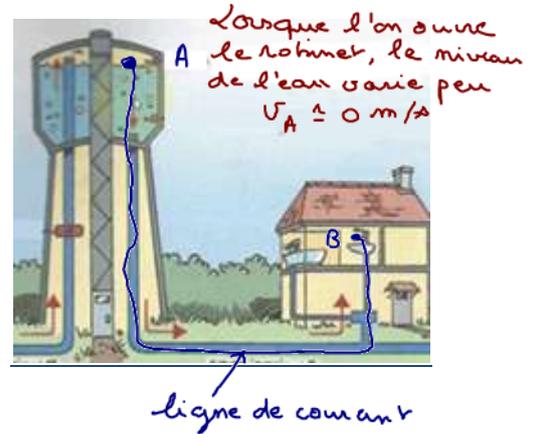


Exercice :

La surface d'une eau potable contenue dans un château d'eau, située à une hauteur $z_1 = 490 \text{ m}$, est au contact de l'air à pression atmosphérique $P_{atm} = 1,013 \cdot 10^5 \text{ Pa}$. Des canalisations conduisent l'eau vers un robinet ouvert tel que $z_0 = 440 \text{ m}$

Déterminer la valeur de la vitesse v_0 de l'eau à la sortie du robinet.

$\Delta P_A = P_B = P_{atm}$
 $P_{atm} + \frac{1}{2} \rho_{eau} \times v_A^2 + \rho_{eau} \times g \times z_A = P_{atm} + \frac{1}{2} \rho_{eau} \times v_B^2 + \rho_{eau} \times g \times z_B$
 $\Rightarrow \frac{1}{2} \rho_{eau} v_B^2 = \rho_{eau} \times g (z_B - z_A)$
 $\Rightarrow v_B = \sqrt{2g(z_B - z_A)}$
 $= \sqrt{2 \times 9,81 \times (490 - 440)}$
 $= 31,3 \text{ m/s} = 113 \text{ km/h} \quad \text{! c'est élevée}$



Remarque : Si le fluide est immobile alors $v_B = 0$ et $v_A = 0 \text{ m/s}$

$P_{atm} + \rho_{eau} \times g \times z_A = P_B + \rho_{eau} \times g \times z_B$ Relation hydrostatique

b- Cas particulier : l'effet Venturi

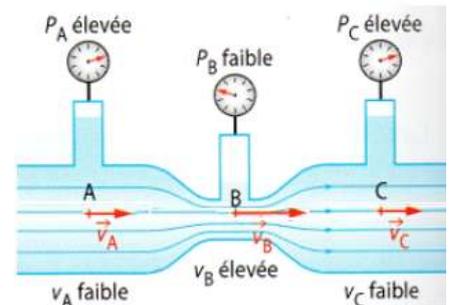
Considérons la ligne de courant passant par les points A, B et C

$z_A = z_B = z_C$

Ecrivons la relation de Bernoulli sur cette ligne de courant entre les points A et B

$P_A + \frac{1}{2} \rho v_A^2 + \rho g z_A = P_B + \frac{1}{2} \rho v_B^2 + \rho g z_B$
 $\Rightarrow P_A - P_B = \frac{1}{2} \rho (v_B^2 - v_A^2)$ ①

Le fluide est toujours incompressible et en régime permanent. Il y a donc conservation du débit volumique



$D_v = S_A \times v_A = S_B \times v_B \Rightarrow \frac{S_A}{S_B} = \frac{v_B}{v_A}$ or $S_A > S_B \Rightarrow \frac{S_A}{S_B} > 1$

$\Rightarrow \frac{v_B}{v_A} > 1 \Rightarrow v_B > v_A$

De la relation 1, $v_B^2 - v_A^2 > 0 \Rightarrow P_A - P_B > 0 \Rightarrow P_A > P_B$

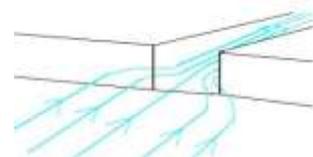
Le long d'un écoulement horizontal et permanent d'un fluide incompressible et parfait, la vitesse du fluide augmente... et sa pression diminue..... lorsque l'aire de la section droite diminue.

C'est l'effet Venturi

$S \downarrow \Rightarrow P \downarrow \text{ et } v \uparrow$

Applications :

- Lorsque vous passez sous le porche près de la cafétéria, par période de vent, le vent y est très fort.



- Souffler au dessus d'une feuille

