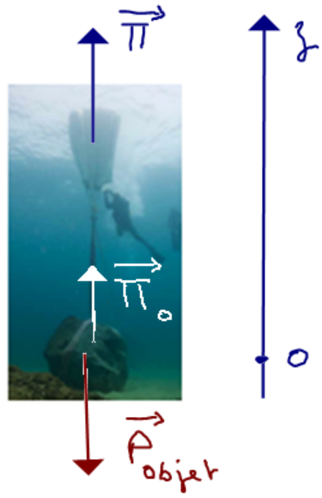
EXERCICES COURS 18

« Mécanique des fluides »

Exercice 1



1 - Calcul du poids de l'objet

$\vec{P}_{objet} = m_{objet} \times \vec{g}$ avec $\rho_{granite} = \dfrac{m_{objet}}{V_{objet}}$

$\Rightarrow P_{objet} = \rho_{granite} \times V_{objet} \times g$

$\Rightarrow P_{objet} = 2{,}60 \cdot 10^3 \times 120 \cdot 10^{-3} \times 9{,}81$

$= 3{,}1 \cdot 10^3\ N$

2 - Calcul de la poussée d'Archimède $\vec{\Pi}_0$ subit par l'objet (Force verticale vers le haut)

$\Pi_0 = m_{eau\ deplacée} \times g = \rho_{eau} \times V_{objet} \times g =$

$= 1{,}03 \cdot 10^3 \times 120 \cdot 10^{-3} \times 9{,}81$

$= 1{,}2 \cdot 10^3\ N$

donc $P_{objet} > \Pi_0$ ce qui justifie que l'objet a coulé et se trouve au sol.

3 - La limite pour que l'objet puisse être renfloué, il faut que les forces se compensent

$\vec{P}_{objet} + \vec{\Pi}_0 + \vec{\Pi}_b = \vec{0}$

En projetant sur l'axe (Oz) :

$-P_{objet} + \Pi_0 + \Pi_b = 0$

$\Rightarrow \Pi_b = P_{objet} - \Pi_0$ avec $\Pi_b = m_{eau\ deplacé\ ballon} \times g$

$\Rightarrow \rho_{eau} \times V_{ballon} \times g = P_{objet} - \Pi_a \quad = \rho_{eau} \times V_{ballon} \times g$

$\Rightarrow V_{ballon} = \dfrac{P_{objet} - \Pi_a}{\rho_{eau} \times g} = \dfrac{3{,}1 \cdot 10^3 - 1{,}2 \cdot 10^3}{1{,}03 \cdot 10^3 \times 9{,}81} = 0{,}19\ m^3$

$= 1{,}9 \cdot 10^2\ L$ (188 L)

Exercice 2 :

1 - Le fluide est incompressible, le débit se conserve.

$D_V = V_1 \times S_1 = V_2 \times S_2$

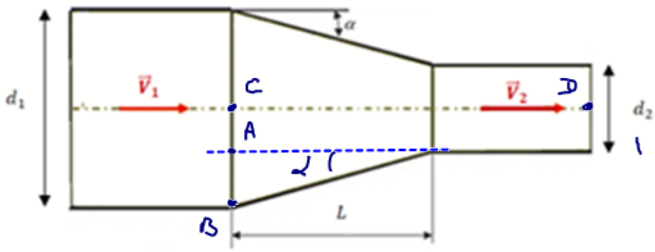
avec $V_2 = 2V_1$ et $S_1 = \pi R_1^2$; $d_1 = 2R_1$

donc $\cancel{V_1} \times \cancel{\pi} \left(\dfrac{d_1}{2}\right)^2 = 2\cancel{V_1} \times \cancel{\pi} R_2^2$

$\Rightarrow 2R_2^2 = \left(\dfrac{d_1}{2}\right)^2 \Rightarrow R_2^2 = \dfrac{1}{2} \times \left(\dfrac{d_1}{2}\right)^2 =$

$\Rightarrow R_2 = \dfrac{1}{\sqrt{2}} \times \dfrac{d_1}{2} = \dfrac{d_1}{2\sqrt{2}} = \dfrac{R_1}{\sqrt{2}} \Rightarrow R_2 = \dfrac{200}{2\sqrt{2}} = 70{,}7\ mm$

2 -



Expression de la distance AB

$AB = R_1 - R_2 = \frac{d_1}{2} - R_2$

$= \frac{200}{2} - 70,7$

$= 29,3\ mm$

Calcul de L

on a $\tan\alpha = \frac{AB}{L} \Rightarrow L = \frac{AB}{\tan\alpha} = \frac{29,3}{\tan 20} = 80,5\ mm$

3) Appliquons la relation de Bernoulli sur la ligne de courant (CD) horizontale passant par le centre de conduite

$P_1 + \frac{1}{2}\rho V_1^2 + mg z_c = P_2 + \frac{1}{2}\rho V_2^2 + mg z_2$

⚠ $z_c = z_D$; $V_2 = 2V_1$ et $P_2 = P_{atm} = P_0$

$P_1 + \frac{1}{2}\rho V_1^2 = P_0 + \frac{1}{2}\rho (2V_1)^2$

$\Rightarrow P_1 = P_0 + \frac{1}{2}\rho V_1^2 + 2\rho V_1^2$

$\Rightarrow P_1 = P_0 + \frac{5}{2}\rho V_1^2$

$\Rightarrow P_1 = 1,013.10^5 + \frac{5}{2} \times 1,00.10^3 \times (3,14)^2$

$= 1,26.10^5\ Pa$

Calcul de V_1

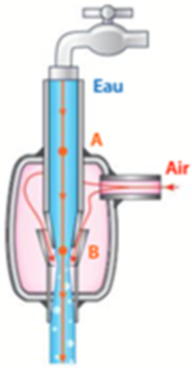
$D_V = S_1 \times V_1 = \pi R_1^2 \times V_1$ avec $R_1 = \frac{d_1}{2}$

$\Rightarrow V_1 = \frac{D}{\pi(\frac{d_1}{2})^2} = \frac{100.10^{-3}}{\pi \times (\frac{200.10^{-3}}{2})^2}$

$\Rightarrow V_1 = 3,14\ m/s$

Exercice 3 :

1 - Calcul du débit



$D_V = 330 L/h$ (300L en 1 heure!)

$= \frac{330.10^{-3}}{60 \times 60}\ m^3/s$ (V en 1 s)

$= 9,17.10^{-5}\ m^3/s$

2 - Calcul de la vitesse V_A

$D_V = S_A \times V_A$ avec $S_A = \pi r_A^2$

$\Rightarrow V_A = \frac{D_V}{\pi r_A^2} = \frac{9,17.10^{-5}}{\pi(1,0.10^{-2})^2}$

$\Rightarrow V_A = 0,29\ m/s$

3 - Calcul de V_B

Sachant qu'il y a conservation du débit

$D_V = S_A V_A \times S_B \times V_B$

$\Rightarrow V_B = \frac{D_V}{S_B} = \frac{D_V}{\pi \times r_B^2}$

$= \frac{9,17.10^{-5}}{\pi(1,5.10^{-3})^2} = 13\ m/s$

Remarque $S_B < S_A \Rightarrow V_B > V_A$

4- Appliquons la relation de Bernouilli sur la ligne de courant (AB)

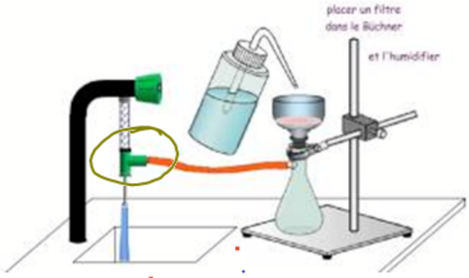
$$P_A + \frac{1}{2}\rho_{eau} V_A^2 + \rho_{eau} \times g \times z_A = P_B + \frac{1}{2}\rho_{eau} V_B^2 + \rho_{eau} \times g \times z_B$$

$$\Rightarrow \Delta P = P_B - P_A = \frac{1}{2}\rho_{eau} \times (V_A^2 - V_B^2) + \rho_{eau} \times g (z_A - z_B)$$

$$\Rightarrow \Delta P = \frac{1}{2} \times 10^3 \times (0{,}29^2 - 13^2) + 10^3 \times 9{,}81 \times (10.10^{-2})$$

$$= -8{,}3.10^4 \ Pa$$

5- $P_B < P_A$. Une dépression apparait dans la zone de la trompe à eau.
Il y a aspiration de l'air facilitant l'aspiration lors d'un filtrage.

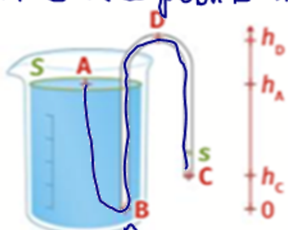


filtrage sous "vide"
Buchner

Exercice 4 :

1- Expression de la conservation du débit entre les points A et C

$$D_V = S \times V_A = s \times V_C$$



ligne de courant

Relation de Bernouilli sur la ligne de courant AC

$$P_A + \frac{1}{2}\rho V_A^2 + \rho g z_A = P_C + \frac{1}{2}\rho V_C^2 + \rho g z_C$$

⚠ • Les points A et C sont en contact avec l'air ambiant donc $P_A = P_C = P_{atm}$

• $V_A = \frac{D_V}{S}$ et $V_B = \frac{D_V}{s}$

Donc

$$\times 2 \left(\frac{1}{2}\cancel{\rho} V_A^2 + \cancel{\rho} g h_A = \frac{1}{2}\cancel{\rho} V_C^2 + \cancel{\rho} g h_C \right.$$

$$\Rightarrow V_A^2 + 2gh_A = V_C^2 + 2gh_C$$

$$\Rightarrow V_C^2 - V_A^2 = 2g(h_A - h_C)$$

$$\Rightarrow \frac{D_V^2}{s^2} - \frac{D_V^2}{S^2} = 2g(h_A - h_C)$$

$$\Rightarrow D_V^2 \left(\frac{1}{s^2} - \frac{1}{S^2}\right) 2g(h_A - h_C)$$

$$\Rightarrow D_V = \sqrt{2g(h_A - h_C) / \left(\frac{1}{s^2} - \frac{1}{S^2}\right)}$$

2- Pour que le verre se vide il faut que $h_C < 0$ et que la paille soit au plus bas dans le verre (point B)

3- Appliquons la relation de Bernouilli sur la ligne de courant DC

$$P_D + \frac{1}{2}\rho V_D^2 + \rho g h_D = P_C + \frac{1}{2}\rho V_C^2 + \rho g h_C$$

⚠ $P_C = P_{atm} = P_0$; conservation du débit exprimer entre les points D et C
$D_V = s \times V_D = s \times V_C$ donc $V_D = V_C$

$$P_D + \frac{1}{2}\cancel{\rho V_D^2} + \rho g h_D = P_C + \frac{1}{2}\cancel{\rho V_C^2} + \rho g h_C$$

$$\Rightarrow \quad P_D = P_0 + \rho g (h_C - h_D)$$

Donc si $P_D = 0$

alors $P_0 + \rho g (h_C - h_D) = 0$

$$\Rightarrow \quad h_D - h_C = \frac{P_0}{\rho g}$$ condition pour que $P_D = 0$