CORRECTION SUJET DS n° 4

Chapitre n° 4 et 5 »Mouvements et énergies »

Exercice 1 : LE JEU DU CORNHOLE

1-1 :

```
? = (vx**2 + vz**2)**(1/2)
? = 0.5*m*v**2
? = m*g*z
? = 0.5*m*v**2 + m*g*z
```

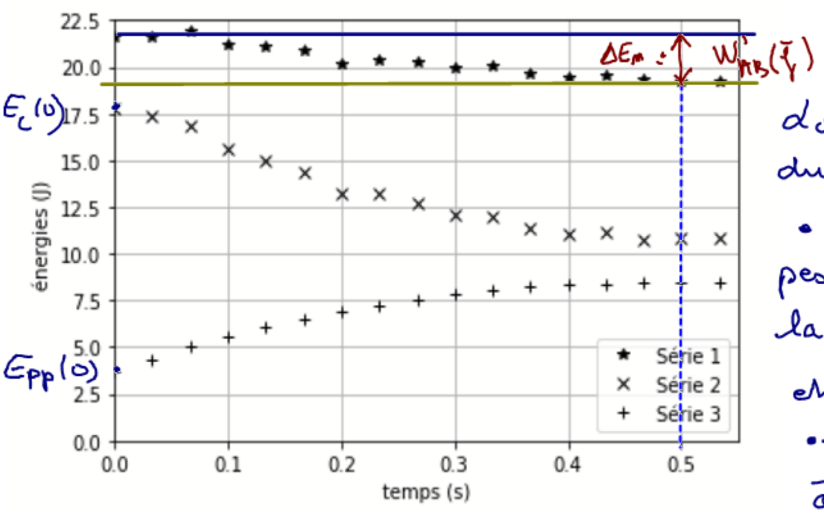
→ Calcul de la norme de V $V = \sqrt{V_x^2 + V_y^2}$

→ Calcul de $E_c = \frac{1}{2} \times mV^2$

→ Calcul de $E_{pp} = mgz$

→ Calcul de $E_m = E_c + E_{pp}$

1-2-1



Em(A) Initiale

Em(B) finale

lors de la phase ascendant du sac de maïs

- l'energie de potentielle de pesanteur augmente $E_{pp} \nearrow$ sur le début du lancer et correspond à la série 3
- l'energie cinetique E_c correspond à la série 2
- l'energie mécanique correspond à $E_m = E_c + E_{pp}$: série 1

1-2.2

Sur la figure 3, on observe que l'energie mécanique diminue. Elle n'est pas constante, donc on ne peut pas négliger les forces de frottements

1-2-3

Théorème de l'énergie mécanique

$$\Delta E_m = E_m(B) - E_m(A) = \Sigma\, W_{AB}(\vec{f}_{nc}) < 0 \quad \Big\{ E_m \text{ diminue}$$

$\vec{f}_{nc}$ étant une force non conservative : Ici il n'y a que les forces de frottement.

$$\Rightarrow \quad \Delta E_m = E_m(B) - E_m(A) = W_{AB}(\vec{f})$$

1-2-4

Estimation de la valeur du travail $W_{AB}(\vec{f})$

$$W_{AB}(\vec{f}) = E_m(B) - E_m(A)$$
$$= 17{,}8 - 22 = -4{,}2 \text{ J}$$

les forces de frottement s'opposent au mouvement

1-2-5

A $t = 0$ s on lit graphiquement

$E_c(0) = 17,6$ J et $E_{pp}(0) = 3,75$ J

Or $E_c(0) = \frac{1}{2} m V_0^2 \Rightarrow V_0 = \sqrt{\frac{2 E_c(0)}{m}} = \sqrt{\frac{2 \times 17,6}{0,440}}$

$\Rightarrow V_0 = 8,9$ m/s $\simeq 9$ m/s

De plus $E_{pp}(0) = m g z_0 = m g H$

$\Rightarrow H = \frac{E_{pp}(0)}{mg} = \frac{3,75}{0,440 \times 9,81} = 0,87$ m

2-1 La seconde loi de Newton permet d'écrire

$\sum \vec{F}_{ext} = m \vec{a}$ avec m la masse du sac de maïs

$\Rightarrow \vec{P} = m \vec{a}$

$\Rightarrow \cancel{m} \vec{g} = \cancel{m} \vec{a} \Rightarrow \vec{a} = \vec{g}$

Donc les coordonnées de $\vec{a} \begin{pmatrix} a_x(t) = g_x = 0 \\ a_z(t) = g_z = -g \end{pmatrix}$

2-2 : A $t = 0$ s, les conditions initiales sont

$\vec{V_0} \begin{pmatrix} V_{0x} = V_0 \cos\alpha \\ V_{0z} = V_0 \sin\alpha \end{pmatrix}$ $\quad \overrightarrow{OG_0} \begin{pmatrix} x_0 = 0 \\ z_0 = H \end{pmatrix}$

On a $\vec{a} = \frac{d\vec{V}}{dt}$ donc par intégration

$\vec{V}(t) \left| \begin{array}{l} V_x(t) = V_{0x} \\ V_z(t) = -gt + V_{0z} \end{array} \right. \Rightarrow \vec{V}(t) \begin{pmatrix} V_x(t) = V_0 \cos\alpha \\ V_z(t) = -gt + V_0 \sin\alpha \end{pmatrix}$

De plus $\vec{V}(t) = \frac{d\overrightarrow{OG}(t)}{dt}$. Par intégration

$\overrightarrow{OG}(t) \begin{pmatrix} x(t) = V_0 \cos\alpha \times t + x_0 \\ (t) = -\frac{1}{2} g t^2 + V_0 \sin\alpha \times t + y_0 \end{pmatrix} \Rightarrow \overrightarrow{OG}(t) \begin{pmatrix} x(t) = V_0 \cos\alpha \times t \\ z(t) = -\frac{1}{2} g t^2 + V_0 \sin\alpha \times t + H \end{pmatrix}$

2-3 : Recherche de l'équation de la trajectoire

Des équations horaires, on a

$t = \frac{x(t)}{V_0 \cos\alpha}$ en remplaçant dans $y(t)$

$\Rightarrow z = -\frac{1}{2} g \times \frac{x^2}{V_0^2 \cos\alpha} + V_0 \sin\alpha \times \frac{x}{V_0 \cos\alpha} + H$

donc $z = -\frac{g}{2 V_0^2 \cos^2\alpha} \times x^2 + \tan\alpha \times x + H$

2.4 : A la lecture de l'équation de la trajectoire, le joueur peut modifier la vitesse V_0, l'angle α et la hauteur H

2.5

Equation du premier lancé

$$y = -0{,}0842\, x^2 + 0{,}625\, x + 0{,}880$$

Calcul de la portée

Soit le point C tel que $y_C = 0$: la distance OC correspond à la portée

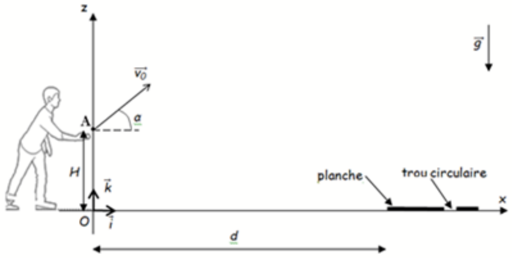


Figure 1. Schéma représentant la situation du lancer du sac

donc

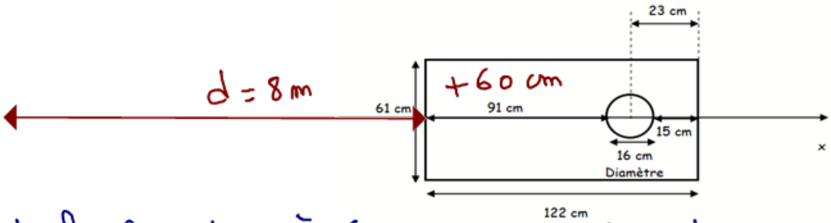
$$y_C = -0{,}0842\, x_C^2 + 0{,}625\, x_C + 0{,}880 = 0$$

Cette parabole possède 2 racines

$$\Delta = (0{,}625)^2 - 4 \times (-0{,}0842) \times 0{,}880 = 0{,}687009$$

$$\Rightarrow x_1 = \frac{-0{,}625 + \sqrt{0{,}687009}}{-2 \times 0{,}0842} = -1{,}21\,m \quad \text{et} \quad x_2 = \frac{-0{,}625 - \sqrt{0{,}687009}}{-2 \times 0{,}0842} = 8{,}6\,m$$

La solution positive est retenue $x_2 = 8{,}6\,m$



Le sac atteind la planche à 60 cm du bord. Le joueur marque 1 point

2.6 : Pour que le joueur marque 3 points, le sac doit atteindre la distance $x_D = 8{,}0 + 0{,}91 + \frac{0{,}16}{2} = 8{,}99\,m$ (au centre)

en gardant le même angle α et la hauteur H, l'équation s'écrit $y = -\frac{g}{2V_0^2\cos^2\alpha} \times x_D^2 + \tan\alpha \times x_D + H$

avec $\tan\alpha = 0{,}625 \Rightarrow \alpha = \tan^{-1}(0{,}625) = 32{,}0°$

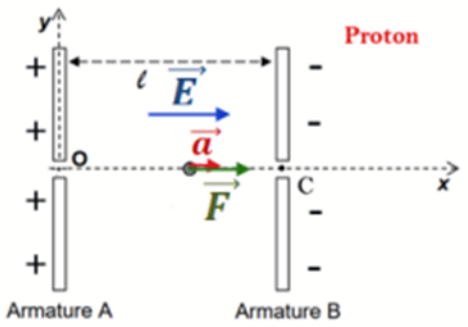
et $H = 0{,}880\ m$

$$\Rightarrow + \frac{g}{2V_0^2\cos^2\alpha} \times x_D^2 = + \tan\alpha \times x_D + H \qquad \text{en} \times \text{par} -1$$

$$\Rightarrow V_0 = \sqrt{\frac{g\, x_D^2 / 2\cos^2\alpha}{\tan\alpha \times x_D + H}} = \sqrt{\frac{9{,}81 \times 8{,}99^2 / 2\cos^2(32)}{\tan(32) \times 8{,}99 + 0{,}880}} = 9{,}2\ m/s$$

Exercice 1 :

1) Le proton, qui est une particule chargée positivement $q_p = +e$, est ici accéléré. Il faut donc que l'armature B soit négative.



Le vecteur champ electrostatique $\vec{E}$ est toujours perpendiculaire aux armatures et dirigé de l'armature négative vers l'armature positive.

2) Coordonnées du vecteur $\vec{E}$

$$\vec{E}\begin{cases} E_x = E \\ E_y = 0 \\ E_z = 0 \end{cases}$$

3) On a $\vec{F} = q\vec{E} = +e\vec{E}$

4) Voir

5) Coordonnées de $\vec{F}$ $\begin{cases} F_x = eE_x = eE \\ F_y = 0 \\ F_z = 0 \end{cases}$

6) Seconde loi de Newton

$$\Sigma \vec{F}_{ext} = m\vec{a}$$

$\Rightarrow \vec{F} = e\vec{E} = m\vec{a} \Rightarrow \vec{a} = \frac{e}{m}\vec{E}$

donc $\vec{a}\begin{cases} a_x(t) = \frac{e}{m}E_x = \frac{e}{m}\times E \\ a_y(t) = \frac{e}{m}E_y = 0 \\ a_z(t) = \frac{e}{m}E_z = 0 \end{cases}$

7) Voir le graphique

8) Conditions initiales

$\vec{V_0}\begin{cases} V_{0x} = V_0 \\ V_{0y} = 0 \\ V_{0z} = 0 \end{cases}$ et $\vec{OG_0}\begin{cases} x_0 = 0 \\ y_0 = 0 \\ z_0 = 0 \end{cases}$

9) On a $\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt}$, par intégration on a

$\vec{v}\begin{cases} V_x(t) = \frac{e}{m}\times E\times t + V_{0x} = \frac{e}{m}\times E\times t + V_0 \\ V_y(t) = V_{0y} = 0 \\ V_z(t) = V_{0z} = 0 \end{cases}$

10) On a montré que $V_{Gy}(t) = 0$, donc le vecteur vitesse n'a pas de coordonnées sur (Oy) et (Oz). Le mouvement est donc selon l'axe (Ox) : On parle d'accélérateur linéaire.

11) On a $\vec{V}(t) = \frac{d\vec{OG}}{dt}$, par intégration on obtient

$$\vec{OG}(t) \left| \begin{array}{l} x(t) = \frac{eE}{2m} \times t^2 + V_0 \times t + x_0 = \frac{eE}{2m} \times t^2 + V_0 \times t \\ y(t) = y_0 = 0 \\ z(t) = z_0 = 0 \end{array} \right.$$

Équation horaire

12) Le point C a pour coordonnées $C\begin{pmatrix} \ell \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$

13) Si le proton se trouve au point C à l'instant t_f

alors $x(t_f) = \frac{eE}{2m} \times t_f^2 + V_0 \times t_f = \ell$

Il faut donc résoudre cette équation afin de trouver t_f

AN :

$$\Rightarrow \frac{1{,}60 \cdot 10^{-19} \times 10{,}0 \cdot 10^3}{2 \times 1{,}7 \cdot 10^{-27}} \times t_f^2 + 2{,}0 \cdot 10^3 \times t_f - 6{,}5 \cdot 10^{-2} = 0$$

$$\Rightarrow 4{,}7 \cdot 10^{11} \times t_f^2 + 2{,}0 \cdot 10^3 \times t_f - 6{,}5 \cdot 10^{-2} = 0$$

$$\Delta = b^2 - 4ac = (2{,}0 \cdot 10^3)^2 - 4 \times 4{,}7 \cdot 10^{11} \times (-6{,}5 \cdot 10^{-2}) - $$

$$= 1{,}2 \cdot 10^{11}$$

$$\Rightarrow t_{f1} = \frac{-2{,}0 \cdot 10^3 + \sqrt{1{,}2 \cdot 10^{11}}}{2 \times 4{,}7 \cdot 10^{11}} = \underline{3{,}7 \cdot 10^{-7}\ s}$$

; l'autre valeur de t_f est négative.

14) Calcul de V_f :

$$V_f = V(t_f) = \frac{eE}{m_p} \times t_f + V_0$$

$$\Rightarrow V_f = \frac{1{,}60 \cdot 10^{-19} \times 10 \times 10^3}{1{,}7 \cdot 10^{-27}} \times 3{,}7 \cdot 10^{-7} + 2{,}0 \cdot 10^3 = 3{,}50 \cdot 10^5\ m/s$$

$$= 350 \cdot 10^3\ m/s$$

15) Théorème de l'energie cinetique

$$\Delta E_C = \Sigma W_{OC}(\vec{F})$$

$$\Rightarrow E_C(C) - E_C(O) = W_{OC}(\vec{F})$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2} m V_f^2 - \frac{1}{2} m V_0^2 = \vec{F} \cdot \vec{OC}$$

$$= eE \times \ell$$

$\vec{F}$ et $\vec{OC}$ sont colinéaires et de même sens donc $\cos(\widehat{\vec{F};\vec{OC}}) = \cos(0) = 1$

$$\Rightarrow \frac{1}{2} m_p V_f^2 = \frac{1}{2} m_p V_0^2 + eE \times \ell$$

$$\Rightarrow V_f^2 = V_0^2 + \frac{2eE\ell}{m_p}$$

$$\Rightarrow V_f = \sqrt{V_0^2 + \frac{2eE\ell}{m_p}} \quad \Rightarrow V_f = \sqrt{(2{,}0 \cdot 10^3)^2 + \frac{2 \times 1{,}60 \cdot 10^{-19} \times 10 \times 10^3 \times 6{,}5 \cdot 10^{-2}}{1{,}7 \cdot 10^{-27}}}$$

$$\Rightarrow V_f = 3{,}50 \cdot 10^5 \text{ m/s}$$

On retrouve la valeur précédente.