

Lois de vitesse d'ordre 1, équation différentielle et  $t_{1/2}$ 

« Suivre et modéliser l'évolution temporelle d'un système siège d'une transformation chimique »

Soit une réaction faisant intervenir 2 réactifs et des produits

$$R + R' \rightarrow \text{Produits}$$

## Loi de vitesse d'ordre 1

Une réaction chimique obéit à une loi de vitesse d'ordre 1 par rapport à un réactif ou un produit si la vitesse volumique de disparition ou d'apparition est proportionnelle à la concentration du réactif ou du produit

$$v_{d,R} = k \times [R]_{(t)}$$

$$\left. \begin{array}{l} \text{d'ordre d'une} \\ \text{réaction } \alpha \\ v_{d,R} = k [R]^\alpha \\ \alpha = 0 \quad v_{d,R} = k \\ \alpha = 2 \quad v_{d,R} = k [R]^2 \end{array} \right\}$$

$k$  (s<sup>-1</sup>) est la constante de réaction et peut être calculée graphiquement (coef directeur de la droite  $v_{d,R} = f([R])$ )

- Savoir établir l'équation différentielle vérifiée par  $[R]$  dans le cas où  $\alpha = 1$  (prog. Terminale)

$$\text{On a } v_{d,R} = - \frac{d[R]_{(t)}}{dt} = k \times [R]_{(t)}$$

$$\Rightarrow \boxed{\frac{d[R]_{(t)}}{dt} + k \times [R]_{(t)} = 0} \quad \text{équation différentielle}$$

- Savoir vérifier qu'une fonction est solution de l'équation différentielle

Soit  $[R]_{(t)} = A \times e^{-k \times t}$  avec  $A$  est une constante à déterminer

Vérifions que cette fonction est solution de l'équa. diff.

$$\begin{aligned} \frac{d[R]_{(t)}}{dt} + k \times [R]_{(t)} &= A \times (-k) \times e^{-kt} + k \times A e^{-kt} \\ &= -k \times A e^{-kt} + k \times A e^{-kt} = 0 \end{aligned}$$

Donc cette fonction est bien solution de l'éq. diff.

- Savoir déterminer la constante  $A$  si elle n'est pas donnée.

$$[R]_{(t)} = A e^{-kt} \quad A \text{ à } t=0 \Rightarrow [R]_{(t=0)} = [R]_i = A \times e^{-k \times 0}$$

$$\Rightarrow [R]_i = A \quad \Rightarrow [R]_{(t)} = [R]_i \times e^{-kt}$$

• Savoir démontrer (ou exploiter) que la courbe

$\ln \frac{[R](t)}{[R]_i} = f(t)$  est une droite :

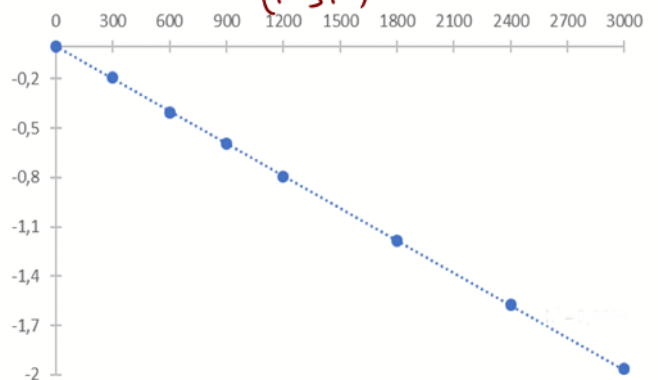
$$[R](t) = [R]_i e^{-kt} \Rightarrow \frac{[R](t)}{[R]_i} = e^{-kt}$$

$$\ln \left( \frac{[R](t)}{[R]_i} \right) = f(\text{temps})$$

$$\Rightarrow \ln \left( \frac{[R](t)}{[R]_i} \right) = \ln(e^{-kt})$$

$$\Rightarrow \ln \left( \frac{[R](t)}{[R]_i} \right) = -k \times t$$

la courbe est une droite passant par l'origine et de pente négative.



(New)

• Savoir exprimer  $t_{1/2}$  dans le cas d'une loi de vitesse d'ordre 1

On sait que après une durée  $t_{1/2}$ , la concentration  $[R]$  est divisée par 2

$$\left. \begin{aligned} \Rightarrow [R]_{(t=t_{1/2})} &= \frac{[R]_i}{2} \\ \text{de plus } [R]_{t=t_{1/2}} &= [R]_i e^{-k \times t_{1/2}} \end{aligned} \right\} \Rightarrow [R]_i e^{-k \times t_{1/2}} = \frac{[R]_i}{2}$$

$$\text{donc } e^{-k \times t_{1/2}} = \frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow \ln(e^{-k \times t_{1/2}}) = \ln\left(\frac{1}{2}\right)$$

$$\Rightarrow -k \times t_{1/2} = -\ln 2$$

$$\Rightarrow t_{1/2} = \frac{\ln 2}{k}$$

$t_{1/2}$  ne dépend pas de  $[R]_i$   
 $k$  ne dépend que de la  $T^\circ$   
 pas de  $[R]_i$