

### EXERCICE A - Évolution de la température d'un vaccin (10 points)

Un vaccin se présente en suspension injectable prête à l'emploi conditionnée en flacon multidoses (le volume d'une dose est 0,5 mL).

Il peut se conserver 6 mois au réfrigérateur, à l'abri de la lumière.

Une fois sorti du réfrigérateur, sa durée de conservation prévue par l'AMM (Autorisation de Mise sur le Marché) est de 6 heures, à une température ne dépassant pas 30 °C.

Pour éviter la sensation désagréable liée « au froid » au moment de l'injection, il est conseillé d'attendre un certain temps après la sortie du réfrigérateur, pour que la température du vaccin atteigne une valeur voisine de 20 °C.



L'objectif de cet exercice est de prévoir le temps nécessaire pour que le vaccin atteigne une température de 20 °C après sa sortie du réfrigérateur.

La température intérieure du réfrigérateur est considérée égale à  $T_i = 4$  °C et la température ambiante dans la pièce est  $T_e = 22$  °C.

Le système étudié est le liquide contenu dans le flacon. Le flacon lui-même ne sera pas pris en compte dans l'analyse des transferts thermiques.

#### Données

- Tout transfert thermique, autre que conducto-convectif entre le système et le milieu extérieur, est négligé.
- Loi phénoménologique de Newton : le flux thermique  $\Phi(t)$  entre un système à la température uniforme  $T(t)$  et un milieu extérieur à la température  $T_e$  fixe (thermostat) peut être modélisé par la loi de Newton :  $\Phi(t) = h \times S \times (T_e - T(t))$  avec dans le cas de cet exercice :
  - $h$  le coefficient conducto-convectif :  $h = 18 \text{ W}\cdot\text{m}^{-2}\cdot\text{K}^{-1}$  ;
  - $S$  surface d'échange entre le système et le milieu extérieur :  $S = 12,8 \times 10^{-4} \text{ m}^2$ .
- La capacité thermique massique du liquide du flacon :  $c = 4,2 \times 10^3 \text{ J}\cdot\text{kg}^{-1}\cdot\text{K}^{-1}$ .
- La masse du liquide présent dans le flacon :  $m = 5,0 \text{ g}$ .

1. Indiquer le sens du transfert d'énergie qui s'effectue entre le milieu extérieur et le système une fois sorti du réfrigérateur.
2. Préciser l'unité du flux thermique  $\Phi$  et commenter son signe.
3. En appliquant le premier principe de la thermodynamique et en considérant que le système n'échange de l'énergie avec le milieu extérieur que par transfert thermique  $Q$ , donner l'expression de  $Q$  en fonction de la masse  $m$  du système, de sa capacité thermique massique  $c$  et de sa variation de température  $\Delta T$ .
4. Exprimer le transfert thermique  $Q$  issu de la convection entre le milieu extérieur et le système supposé incompressible, en fonction de  $\Phi$  et de la courte durée  $\Delta t$  du transfert thermique.
5. Dédire des deux questions précédentes sur le transfert thermique que l'équation différentielle vérifiée par la température est :

$$\frac{dT}{dt} = \frac{h \times S}{m \times c} (T_e - T)$$

On admet alors que le temps écoulé et la température du système sont liés par la relation :

$$t = - \frac{m \times c}{h \times S} \times \ln\left(\frac{T - T_e}{T_i - T_e}\right)$$

$T_i$  étant la température initiale du système et  $T_e$  celle, constante, du milieu extérieur.

6. Calculer la durée pour que le système atteigne la température  $T = 20$  °C. Vérifier si cette durée est cohérente avec la recommandation du laboratoire quant au délai d'utilisation du vaccin une fois sorti du réfrigérateur.

## Exercice 2 : Combien de temps avant l'hypothermie ?

Un parapentiste, de masse  $m = 75,3$  kg, vole à une altitude stabilisée de 2 450 m à laquelle règne une température  $\theta_{air} = 10,8$  °C considérée comme constante.

Pour simplifier, la température du parapentiste est supposée uniforme, c'est-à-dire identique en tous points de son corps. Sa température évolue au cours du temps et sera notée  $\theta(t)$ .

Le parapentiste est naturellement réchauffé par de l'énergie produite par son métabolisme et représentée par un flux constant :  $P_{th} = 116$  W.

Les échanges thermiques entre l'air et le parapentiste sont de type conducto-convectifs.

Ils peuvent alors être modélisés par la loi phénoménologique de Newton

$\phi_{cc}(t) = h \times S \times (\theta_{air} - \theta(t))$  avec  $S$  la surface de contact du parapentiste avec l'air et  $h$  le coefficient de transfert thermique.

### Données :

- coefficient de transfert thermique de l'air :  $h = 100 \text{ W}\cdot\text{m}^{-2}\cdot\text{K}^{-1}$
- surface d'échange entre le parapentiste et l'air :  $S = 1,9 \text{ m}^2$
- capacité thermique massique du corps humain :  $c = 3,5 \times 10^3 \text{ J}\cdot\text{kg}^{-1}\cdot\text{K}^{-1}$
- l'hypothermie est un phénomène au cours duquel une baisse anormale de la température d'un être vivant homéotherme (« à sang chaud ») ne permet plus d'assurer correctement ses fonctions vitales. Pour l'être humain :
  - de 34 à 35 °C, l'hypothermie est modérée ;
  - de 30 à 34 °C, hypothermie est moyenne ;
  - en dessous de 30 °C, hypothermie est grave.

1. Après avoir indiqué le sens du transfert thermique entre l'air et le parapentiste, démontrer, en expliquant précisément le raisonnement, la relation :

$$\Delta U = P_{th} \times \Delta t + \phi_{cc} \times \Delta t$$

où  $\Delta U$  est la variation d'énergie interne du parapentiste pendant une durée suffisamment courte  $\Delta t$ .

2. Montrer que la température, supposée uniforme,  $\theta(t)$  du parapentiste vérifie l'équation différentielle suivante :

$$\frac{d\theta}{dt} + \frac{1}{\tau} \theta = \frac{\theta_{air}}{\tau} + \frac{P_{th}}{m \times c} \quad \text{avec } \tau = 1,4 \times 10^3 \text{ s}$$

Donner l'expression littérale de  $\tau$  et vérifier sa valeur fournie ci-dessus.

On considère qu'à  $t = 0$ ,  $\theta(0) = 37$  °C à 2 450 m.

La température de l'air à cette altitude est de  $\theta_{air} = 10,8$  °C.

3. Montrer que l'expression de la température du système en fonction du temps a pour expression :

$$\theta(t) = 25,6 \times e^{-\frac{t}{1,4 \times 10^3}} + 11,4 \quad \text{avec } t \text{ en s et } \theta \text{ en } ^\circ\text{C}$$

4. Déterminer la durée maximale de vol envisageable avant d'atteindre l'hypothermie grave. Commenter en critiquant les hypothèses retenues.