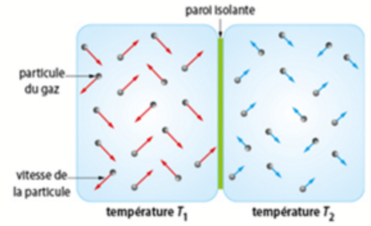
13 Mélange de deux gaz

1. Deux récipients de même volume séparés par une paroi isolante et amovible contiennent le même gaz. L'un d'eux est plus chaud que l'autre.



a. Identifier, en justifiant la réponse, le récipient dans lequel la valeur de la température mesurée est la plus grande. En déduire le corps chaud et le corps froid.
b. La valeur de la masse volumique mesurée est-elle la même pour chaque gaz ? Justifier la réponse.
c. La valeur de la pression mesurée est-elle la même pour chaque gaz ? Justifier la réponse.

2. On retire la plaque amovible séparant les deux récipients. Un transfert de l'énergie thermique s'effectue jusqu'à l'équilibre thermique du corps chaud vers le corps froid.
a. Proposer qualitativement une représentation du gaz à l'équilibre à l'échelle microscopique.
b. Quelle propriété des constituants microscopiques du gaz provoque cet échange d'énergie ?
c. Comparer les valeurs des températures T_1, T_2 et T du gaz à l'équilibre thermique.

Exercice 13 :

1-a : Côté gauche les vitesses des particules sont plus élevées. L'agitation thermique y est plus élevée donc la température aussi. Corps chaud à gauche.

b- La masse volumique est inchangée car un même nombre de molécules (17) occupe le même volume.

c- A gauche, les molécules ont une vitesse plus élevée donc les chocs seront plus fort. Aussi, la pression à gauche sera plus élevée.

or $PV = nRT$ (n → constant ; T → plus élevée ; V → constant)
→ donc P plus élevée.

2-a : A l'équilibre, toutes les molécules à gauche et à droite ont la même vitesse

2-b : C'est l'agitation moléculaire qui permet d'atteindre l'équilibre

2-c A l'équilibre thermique : $T_1 > T > T_2$

---

18 Ballon de baudruche

On introduit dans un ballon de baudruche 2,0 L d'hélium à 25 °C et à une pression de 1,1 bar.

1. Quelle est la quantité de matière d'hélium dans le ballon ?
2. Le ballon éclate lorsque son volume devient supérieur à 3,0 L.
a. Placé sous une cloche à vide reliée à une pompe, quelle sera la valeur de la pression mesurée au moment où le ballon éclate ?

b. À la pression de 1,1 bar, quelle serait la valeur de la température mesurée au moment où le ballon éclate ?
c. Quelle masse d'hélium, à 25 °C et 1,1 bar, faut-il ajouter au ballon pour atteindre ce volume ?

Exercice 18 :

1- Calcul de n_{He}

D'après la loi des gaz parfaits

$PV = n_{He}RT \Rightarrow n_{He} = \dfrac{PV}{RT} = \dfrac{1,1.10^5 \times 2,0.10^{-3}}{8,314 \times (25 + 273,15)}$

$\Rightarrow n_{He} = 8,9.10^{-2}$ mol

2.a Calcul de la pression — on suppose que la T° ne varie pas

$P_2V_2 = n_{He}RT$

$\Rightarrow P_2 = \dfrac{n_{He}RT}{V_2} = \dfrac{8,9.10^{-2} \times 8,314 \times (273,15 + 25)}{3,0.10^{-3}}$

$\Rightarrow P_2 = 7,4.10^4$ Pa $= 0,75$ atm

2b : Calcul de T_3

$P \times V_2 = n_{He}RT_3 \Rightarrow T_3 = \dfrac{PV_2}{n_{He}R} = \dfrac{1,1.10^5 \times 3,0.10^{-3}}{8,9.10^{-2} \times 8,314} = 4,5.10^2$ K $= 1,7.10^2$ °C

2.c : Calcul de la masse m_{He}

on a $n'_{He} = \dfrac{PV_2}{RT} = \dfrac{1,1.10^5 \times 3,0.10^{-3}}{8,314 \times (273,15 + 25)} = 1,3.10^{-1}$ mol

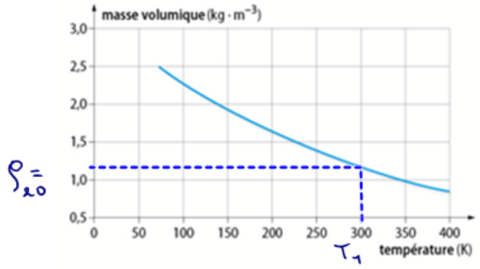
donc $n'_{He} = \dfrac{m_{He}}{M_{He}} \Rightarrow m_{He} = n_{He} \times M_{He} = 1,3.10^{-1} \times 4,0 = 0,52$ g

Il faut donc ajouter $n''_{He} = n'_{He} - n_{He} = 1,3.10^{-1} - 8,9.10^{-2} = 4,1.10^{-2}$ mol

soit $m_{He} = n''_{He} \times M_{He} = 4,1.10^{-2} \times 4,0 = 0,16$ g

14 Masse volumique de l'air

Pour de l'air sec sous pression atmosphérique normale (1 013 hPa), la température de fusion $\theta_{fusion} = -216,2$ °C, la température d'ébullition $\theta_{ébullition} = -194,3$ °C et l'évolution de la masse volumique en fonction de la température est modélisée par le graphique suivant.



1. a. Déterminer graphiquement la valeur de la masse volumique de l'air à 20 °C.

b. Pourquoi la courbe ne débute-t-elle qu'à partir de 78,9 K ?

2. À l'aide d'un raisonnement à l'échelle microscopique :

a. expliquer pourquoi l'axe des abcisses ne possède aucune graduation de valeur négative ;

b. justifier la diminution de la valeur de la masse volumique de l'air en fonction de la température.

Exercice 14

1 - a $T_1 = 20°C \Rightarrow T_1 = 20 + 273,15 = 293,15$ K

graphiquement, on lit $\rho_{20} = 1,2$ kg/m^3

b- $T_2 = 78,9°C \Rightarrow T_2 = 78,9 - 273,15 = -194,3°C$

En dessous, de cette T° l'air est liquide

2-a $T_3 = 0$ K est la temperature du zèro absolu. Pas de valeur inferieur.

b- Lorsque la température augmente L'agitation moléculaire augmente et les molécule occupe un volume plus grand. La masse volumique diminue.

---

27 Masse volumique d'un gaz parfait

Une masse m d'un gaz parfait de masse molaire M est enfermée à la température T et à la pression P dans un récipient de volume V.

1. a. Exprimer la masse volumique ρ du gaz parfait en fonction de M, P et T.

b. Comment évolue la valeur de la masse volumique d'un gaz parfait lorsque sa température augmente (à pression constante) ? lorsque sa pression augmente (à température constante) ?

c. Interpréter ces évolutions à partir des propriétés du gaz à l'échelle microscopique.

2. Calculer la valeur de la masse volumique de l'air :

a. à 20 °C et sous une pression égale à 1,0 bar ;

b. au sommet de l'Everest sous 0,3 bar et − 40°C.

3. Comparer, dans les mêmes conditions de température et de pression, les valeurs de la masse volumique de l'air et de l'hélium.

Coups de pouce

- La masse volumique ρ est le rapport de la masse m du gaz et du volume V qu'il occupe.
- Convertir les températures en kelvin et les masses molaires en kg · mol^{-1}.

Exercice 27 :

1a: La loi des gaz parfait permet d'écrire

$PV = nRT$ avec $n = \frac{m}{M}$

$\Rightarrow \frac{m}{M} RT = PV$

$\Rightarrow \rho = \frac{m}{V} = \frac{P \times M}{RT}$

1-b

si T augmente à pression constante alors ρ diminue

si P augmente à Temperature constante alors ρ augmente.

1-c

si T augmente alors il y a plus d'agitation moléculaire

2-a : Calcul de ρ_1

$$\rho_1 = \frac{P_1 M}{RT} = \frac{1,0.10^5 \times 28,9.10^{-3}}{8,314 \times (273,15 + 20)} = 1,2 \text{ kg/m}^3$$

2b- Calcul de ρ_2 au sommet

$$\rho_2 = \frac{P_2 M}{RT} = \frac{0,3.10^5 \times 28,9.10^{-3}}{8,314 \times (273,15 - 40)} = 0,45 \text{ kg/m}^3$$

18 Chocolat fouetté

Dans un récipient, 500 g de chocolat chaud encore liquide refroidissent et sont brassés à l'aide d'un fouet électrique.

1. Effectuer l'étude énergétique du système (chocolat) en s'appuyant sur un diagramme énergétique.

2. a. Écrire le premier principe de la thermodynamique en justifiant que le système est au repos.

b. Distinguer le terme correspondant à la variation de l'énergie du système des termes correspondant à des transferts d'énergie entre le système et l'extérieur.

c. Sachant que l'énergie perdue par le chocolat en se refroidissant est de 50 kJ et que l'énergie reçue par le fouet est de 10 kJ, déterminer la variation d'énergie interne du système.

1 - Diagramme Système {chocolat}

$$\boxed{\text{fouet}} \xrightarrow{W>0} \text{chocolat} \xrightarrow{Q<0} \boxed{\text{milieu extérieur}}$$

2 a : Le système est au repos donc $\Delta E_{tot} = \Delta E_m + \Delta U$

avec $\Delta E_m = 0$

$\Rightarrow \Delta E_{tot} = \Delta U$

D'après le 1er principe de la thermodynamique

$\Delta U = W + Q$

2-b

ΔU correspond à la variation d'énergie interne du système.

W et Q représentent les transferts d'énergie entre le système et l'extérieur

2-c : Calcul de ΔU

- Le fouet apporte de l'énergie au chocolat : $W > 0$
- Le chocolat cède de l'énergie au milieu extérieur : $Q < 0$

donc $\Delta U = W + Q$

$= 10 - 50 = -40$ kJ

Le chocolat cède plus d'énergie à l'extérieur qu'il n'en cède.

---

19 Pompe à chaleur

Une pompe à chaleur (PAC) est destinée à assurer le chauffage d'un local à partir d'une source de chaleur externe (l'air, le sol ou l'eau) dont la température est inférieure à celle du système à chauffer. Pour réaliser ce transfert thermique (non naturel), une dépense d'énergie est nécessaire : elle correspond au travail fourni par un compresseur à un fluide caloporteur (corps capable à la fois de s'écouler et d'échanger de l'énergie).

1. Recopier et compléter le schéma ci-dessous représentant le bilan énergétique de la pompe à chaleur.

2. Écrire le premier principe de la thermodynamique appliqué à la pompe à chaleur en justifiant que le système est au repos.

2. Le système est au repos donc $\Delta E_{tot} = \Delta E_m + \Delta U$

avec $\Delta E_m = 0$

$\Rightarrow \Delta E_{tot} = \Delta U$

D'après le 1er principe de la thermodynamique

$$\Delta U = W + \underbrace{Q}_{}$$

$$= W + Q_f + Q_c$$

W et Q_f sont reçus par la pompe donc $W > 0$ et $Q_f < 0$

Q_c est cédé par la pompe donc $Q_c < 0$

---

20 Pertes thermiques d'une habitation

Pour évaluer les pertes thermiques d'une habitation, on procède à l'expérience suivante : la masse m d'air à l'intérieur de la maison étant initialement à la température $T_1 = 19{,}0$ °C, on coupe le système de chauffage pendant une durée $\Delta t = 1{,}00$ h. On mesure une température finale $T_2 = 15{,}6$ °C.

***Données :** capacité thermique massique de l'air : $c_a = 1\,000$ J · K^{-1} · kg^{-1} ; volume intérieur de la maison : $V = 400$ m^3 ; masse volumique de l'air : $\rho = 1{,}3$ kg · m^{-3}.*

1. Exprimer, puis calculer, la variation de l'énergie interne ΔU de l'air contenu dans la maison.

2. Interpréter le signe du résultat obtenu à la question précédente.

1 -

$$\boxed{\begin{array}{l}\text{habitation} \\ T_1 = 19°C\end{array}} \Rightarrow \text{milieu extérieur}$$

Calcul de la variation ΔU

D'après le 1er principe de la thermodynamique

$\Delta U = W + Q$

il n'y a pas d'énergie apportée sous forme de travail.

donc $W = 0$

$\Delta U = Q$

le système est incompressible

on peut écrire $\Delta U = m_{air} \, c_a \, \Delta T$

avec m_{air} masse de l'air dans l'habitation

$\rho = \dfrac{m_{air}}{V} \Rightarrow m_{air} = \rho \times V$

donc $\Delta U = \rho V c_a \Delta T$

$= 1{,}3 \times 400 \times 1000 \times (15{,}6 - 19{,}0)$

$= -1{,}8 \cdot 10^6$ J

2 - $\Delta U < 0$ car l'habitation cède de l'énergie au milieu extérieur.

21 Mug de thé au micro-ondes

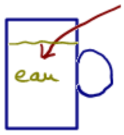
On réchauffe l'eau de son thé à l'aide d'un four à micro-ondes. Le volume d'eau dans le mug est de $V = 250$ mL. Lorsque les micro-ondes atteignent les molécules d'eau, celles-ci se mettent à osciller. La mise en mouvement des molécules d'eau produit la chaleur nécessaire pour réchauffer les aliments. Le four est réglé sur la position de puissance $P = 900$ W. La température de l'eau passe ainsi de 10 °C à 90 °C. On suppose que le four à micro-ondes est bien isolé.

Données : *masse volumique de l'eau :* $\rho_{eau} = 1{,}00 \text{ kg} \cdot \text{L}^{-1}$; *capacité thermique massique de l'eau :* $c_{eau} = 4\,180 \text{ J} \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$; *l'énergie transférée à un système avec une puissance P pendant la durée* Δt *est :* $E = P \cdot \Delta t$.

1. Calculer la variation d'énergie interne de l'eau contenue dans le mug.

2. Au bout de combien de temps l'eau du thé sera-t-elle prête ?

1- Calcul de ΔU



Mug

1er principe de la thermodynamique

$\Delta U = W + Q$ avec $W = 0$

On suppose, ici, que seule l'eau est chauffée

Donc $\Delta U = Q = m_{eau} \times c_{eau} \times \Delta T$

avec $m_{eau} = \rho_{eau} \times V$

donc $\Delta U = \rho_{eau} \times V \times c_{eau} \times \Delta T$

$= 1{,}00 \times 250 \cdot 10^{-3} \times 4180 \times (90 - 10)$

$= 8{,}4 \cdot 10^4$ J > 0 (apport d'energie)

2- On suppose que le four est bien isolé. Toute l'energie électrique est utilisée pour chauffer l'eau. $E_{el} = \Delta U$

On sait que $P = \frac{E_{el}}{\Delta t}$

donc $\Delta t = \frac{\Delta U}{P} = \frac{8{,}4 \cdot 10^4}{900}$

$\Rightarrow \Delta t = 93$ s

A savoir refaire

$= \frac{93}{60}$ min $= 1{,}55$ min

$= 1$ min $+ 0{,}55 \times 60$ s

$= 1$ min 33 s

---

23 Café chaud dans un thermos

Dans une bouteille thermos, on verse 1,0 L de café à la température de 60 °C. La température de l'ensemble se stabilise à 52 °C. La capacité thermique et la masse volumique du café seront prises égales à celle de l'eau.

Données : *capacité thermique massique de l'eau :* $c_{eau} = 4{,}18 \text{ kJ} \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$; *masse volumique de l'eau :* $\rho_{eau} = 1{,}0 \text{ kg} \cdot \text{L}^{-1}$

1. Calculer la valeur de la variation d'énergie interne du café.

2. En supposant que la bouteille thermos est parfaitement isolée, déterminer la variation d'énergie interne du système (thermos + café).

3. En déduire la valeur de la variation d'énergie interne de la bouteille thermos.

1- Calcul $\Delta U_{café}$

Système {café} est un liquide (eau) incompressible

$\Delta U_{café} = m_{café} \times c_{eau} \times \Delta T$

avec $m_{café} = \rho_{eau} \times V_{café}$

$\Rightarrow \Delta U_{café} = \rho_{eau} \times V_{café} \times c_{eau} \times \Delta T$

$= 1{,}0 \times 1{,}0 \times 4{,}18 \cdot 10^3 \times (52 - 60)$

$= -3{,}3 \cdot 10^4$ J

2- Le système {café-bouteille} est un système isolé donc il n'y a pas d'échange avec l'exterieur

donc $\Delta U_{tot} = \Delta U_{café} + \Delta U_{bouteille} = 0$

$\Rightarrow \Delta U_{bouteille} = -\Delta U_{café}$

$= -(-3{,}3 \cdot 10^4)$

$= 3{,}3 \cdot 10^4$ J

Le café a cédé de l'energie thermique à la bouteille.

Ex 24 :

1- Le transfert thermique se fait toujours de la source chaude vers la source froide

2. On a $\Phi = \frac{\Delta T}{R_{th}} = \frac{T_{ext} - T_{int}}{R_{th}}$

$\Rightarrow R_{th} = \frac{\Delta T}{\Phi}$

Le flux est constant pour les vitres et l'air

avec $R_{th(verre)} = \frac{\Delta T}{\Phi}$ et $R_{th}(air) = \frac{\Delta T'}{\Phi}$

en lisant sur le graphe $\Delta T < \Delta T'$

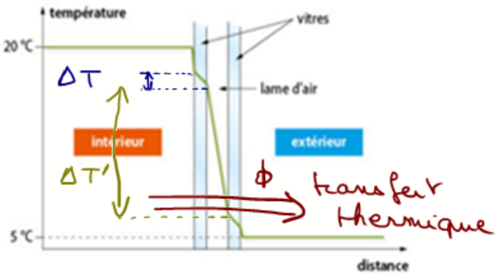
donc $\frac{\Delta T}{\Phi} < \frac{\Delta T'}{\Phi}$ $\quad \Phi$ = constante

donc $R_{th}(verre) < R_{th}(air)$

3- L'air est un meilleur isolant thermique que le verre.

24 Double vitrage

On a représenté ci-contre l'évaluation de la température à la traversée d'un double vitrage, pour un flux constant :



1. Dans quel sens se faut le transfert thermique ?
2. Comparer qualitativement les résistances thermiques du verre et de l'air.
3. De l'air ou du verre, quel est le meilleur isolant thermique ?

---

25 Bon choix d'isolant thermique

Afin de réduire les dépenses de chauffage et d'avoir un comportement écoresponsable, on cherche à améliorer l'isolation thermique d'une habitation. En effet, celle-ci possède un grenier non chauffé, on décide donc d'en isoler le sol.

Il existe de nombreux matériaux isolants caractérisés par leur conductivité thermique notée λ. Plus la conductivité thermique d'un matériau est élevée, plus il conduit facilement la chaleur.

Données :
- *température du grenier : $\theta_1 = 5{,}0$ °C ;*
- *température de la maison : $\theta_2 = 20$ °C ;*
- *surface du sol du grenier : $S = 80$ m² ;*
- *résistance thermique du sol du grenier non isolé : $R = 7{,}5 \times 10^{-3}$ K · W⁻¹ ;*
- *expression de la résistance thermique : $R = \frac{e}{\lambda \cdot S}$*

avec e épaisseur (en m) et S surface (en m²) de la paroi.

Nom du matériau	Laine de roche	Polystyrène extrudé	Liège naturel expansé	Cellulose
Conductivité thermique λ en W · m⁻¹ · K⁻¹	0,035	0,033	0,042	0,039

1. a. Dans quel sens s'effectue le transfert thermique dans l'habitation ?
b. Donner l'expression puis calculer le flux thermique Φ à travers le sol du grenier non isolé.
2. a. Quel serait un bon choix de matériau pour un isolant thermique ?
b. On veut diviser le flux thermique par 10. Sachant que lorsque plusieurs parois sont accolées, la résistance thermique totale est égale à la somme des résistances thermiques de chaque paroi, calculer la résistance thermique de l'isolant
c. Tous les matériaux proposés s'achètent sous forme de panneaux rigides dans le commerce. Quelle épaisseur minimale doit posséder le panneau du matériau choisi ?

1-a Le transfert thermique s'effectue toujours de la source chaude vers la source froide donc ici de la maison vers le grenier.

1-b : Expression du flux thermique Φ

$\Phi = \frac{\Delta \theta}{R_{th(sol)}} = \frac{\theta_2 - \theta_1}{R_{th}(sol)}$

Ici la température est noté θ (têta) Killian il faut savoir écrire θ !

$\Rightarrow \Phi = \frac{20 - 5{,}0}{7{,}5 \cdot 10^{-3}} = 2{,}0 \cdot 10^3$ W

2-a

Le meilleur isolant thermique est celui dont la conductivité thermique est la plus faible.

donc le polystyrène extrudé PE ($\lambda = 0{,}033$ W.m⁻¹K⁻¹)

2-b : Après avoir ajouter l'isolant PE, les résistances thermique s'ajoutent

donc $R_{tot} = R_{th}(sol) + R_{th}(PE)$

Si on veut diviser le flux thermique par 10 alors il faut multiplier par 10 la résistance thermique.

Donc $R_{tot} = 10\, R_{th}(sol)$

$\Rightarrow 10\, R_{th}(sol) = R_{th}(sol) + R_{th}(PE)$

$\Rightarrow R_{th}(PE) = 10\, R_{th}(sol) - R_{th}(sol)$

$= 9\, R_{th}(sol) = 9 \times 7{,}5 \cdot 10^{-3}$ W

$= 6{,}8 \cdot 10^{-2}$ W

2-c

Calcul de e

on a $R_{th}(PE) = \frac{e}{\lambda_{PE} \times S}$

$\Rightarrow e = R_{th}(PE) \times \lambda_{PE} \times S$

$= 6{,}8 \cdot 10^{-2} \times 0{,}033 \times 80$

$= 0{,}18$ m $= 18$ cm.

L'épaisseur de l'isolant doit être au moins égale à 18 cm

Ex 28 :

1 - Le système {café - Tasse} cède de l'énergie à l'air ambiant (thermostat)

2. $T_{amb} = 25°C$

28 Refroidissement d'une tasse de café

On considère une tasse de café initialement à la température de 75 °C dans une pièce à 25 °C.

Après 5 minutes le café est à 50 °C.

On suppose que la vitesse de refroidissement du café est proportionnelle à la différence des températures (autrement dit que la température du café suit la loi de Newton) : cela signifie qu'il existe une constante $\gamma < 0$ telle que la température vérifie l'équation différentielle de premier ordre : $dT(t)/dt = \gamma(T(t) - T_{amb})$

1. Effectuer un bilan énergie pour le système (café).
2. Donner la valeur de T_{amb}.
3. Résoudre l'équation différentielle en donnant l'expression de $T(t)$ en fonction de γ.
4. a. Déterminer la valeur numérique de la constante de refroidissement γ.
   b. En déduire l'expression générale de $T(t)$.

3 - Ici, on ne demande pas d'établir l'equation différentielle. Elle est donnée.

$$\frac{dT(t)}{dt} = \gamma(T(t) - T_{amb})$$

Resolution de l'equation différentielle.

$$\frac{dT(t)}{dt} = \gamma T(t) - \gamma T_{amb}$$

Elle est de la forme : $y' = ay + b$

Les solutions s'écrivent

$$T(t) = C e^{at} - \frac{b}{a} \quad \text{avec } C \in \mathbb{R}$$

avec $-\frac{b}{a} = -\frac{-\gamma T_{amb}}{\gamma} = T_{amb}$ $\begin{cases} a = \gamma \\ b = \gamma T_{amb} \end{cases}$

donc $T(t) = C e^{\gamma t} + T_{amb}$ { Remarque $\gamma < 0$ pour que $T \searrow$

Recherche de C

à $t = 0\,s$ $T(t=0) = Ce^{\gamma \times 0} + T_{amb} = T_0$

$\Rightarrow C + T_{amb} = T_0$

$\Rightarrow C = T_0 - T_{amb}$

Conclusion

$$T(t) = (T_0 - T_{amb}) e^{\gamma t} + T_{amb}$$

4 a : Calcul de γ

on sait que pour $t_1 = 5\,min = 300\,s$

$T(t_1) = (T_0 - T_{amb}) e^{\gamma t_1} + T_{amb} = 50°C$

On isole γ !

$(T_0 - T_{amb}) e^{\gamma t_1} = T(t_1) - T_{amb}$

$\Rightarrow e^{\gamma t_1} = \frac{T(t_1) - T_{amb}}{T_0 - T_{amb}}$

$$\ln(e^{\gamma t_1}) = \ln\left(\frac{T(t_1) - T_{amb}}{T_0 - T_{amb}}\right)$$

$\Rightarrow \gamma t_1 =$

$\Rightarrow \gamma = \frac{1}{t_1} \ln\left(\frac{T(t_1) - T_{amb}}{T_0 - T_{amb}}\right)$

$\Rightarrow \gamma = \frac{1}{300} \ln\left(\frac{50 - 25}{75 - 25}\right)$

$\Rightarrow \gamma = -2{,}3 \cdot 10^{-3}\ s^{-1}$

γ est bien < 0

4-b

donc $T(t) = (T_0 - T_{amb}) e^{\gamma t} + T_{amb}$

$= (75 - 25) e^{-2{,}3 \cdot 10^{-3} \times t} + 25$

$= 50\ e^{-2{,}3 \cdot 10^{-3}} + 25$

Ex 30

30 Dans un sauna

Un sauna, installé dans un centre nautique, est constitué d'une pièce équipée de cloisons en bois doublées d'un bon isolant thermique. Il reçoit de l'énergie thermique grâce à une résistance électrique se trouvant à l'intérieur de la pièce.

Des pierres de lave de faible résistance thermique sont positionnées sur une grille au-dessus de la résistance.

Les personnes se trouvant dans le sauna peuvent, si elles le désirent, arroser ces pierres avec de l'eau qui s'évapore à leur contact.

La température extérieure au sauna est de 18 °C. Pour maintenir une température de 80 °C à l'intérieur du sauna, la résistance reçoit une puissance $P = 7{,}5$ kW pendant 1,0 minute, toutes les 5 minutes.

Donnée : La puissance (en W) correspond à une variation d'énergie (en J) par uni[…] temps (en s) : $P = \Delta E/\Delta t$.

1. Quelle énergie thermique reçoit le sauna pendant la minute de chauff[…]
2. Que vaut la résistance thermique du sauna ?

30 1. Le sauna reçoit une énergie $\Delta E = P \cdot \Delta t_{chauffe}$.

AN : $\Delta E = 7{,}5 \times 60 = 4{,}5 \times 10^2$ kJ

2. Cette énergie est perdue en 5,0 minutes car la température est constante dans le sauna.

La puissance qui traverse la paroi est donc :

$\Phi = \frac{\Delta E}{\Delta t_{chauffe}}$

AN : $\Phi = \frac{450 \times 10^2}{300} = 1{,}5 \times 10^3$ W $= 1{,}5$ kW

$R_{th} = \frac{\Delta T}{\Phi}$

AN : $R_{th} = \frac{80 \times 18}{1500} = 4{,}1 \times 10^{-2}$ K · W^{-1}

1 - Calcul de l'energie thermique reçue ΔE

on a $\Delta E = P \times \Delta t$

$\Rightarrow \Delta E = 7{,}5 \cdot 10^3 \times (1{,}0 \times 60)$

$= 4{,}5 \cdot 10^5\ J$

2 - Calcul de la résistance R_{th}

Le sauna perd cette énergie ΔE en $\Delta t = 5$ minutes

donc $\Phi = \frac{Q}{\Delta t} = \frac{\Delta E}{\Delta t}$ et $\Phi = \frac{\Delta T}{R_{th}}$

$\Rightarrow \frac{\Delta E}{\Delta t} = \frac{\Delta T}{R_{th}} \Rightarrow R_{th} = \frac{\Delta T \times \Delta t}{\Delta E} = \frac{(80 - 18) \times 5 \times 60}{4{,}5 \cdot 10^5}$

$= 80\ K \cdot W^{-1}$

Même exercice que le 28

32 Crime dans une série TV

Dans une série TV policière, le corps d'une victime est trouvé sur lieu du crime à 2 h 20 une nuit d'hiver, dehors, où la température extérieure est de - 5 °C. A l'heure de cette découverte macabre, la police scientifique relève que la température du corps est de 20 °C. Une demi-heure plus tard, quand il est retiré, sa température n'est plus que de 15 °C. En utilisant la loi de Newton, le médecin légiste va réussir à déterminer l'heure du crime.

Données : *T (corps humain) = 37 °C ; loi thermique de Newton :* $dT(t)/dt = -\gamma \cdot (T(t) - T_{amb})$.

1. Donner la valeur de T_{amb}.
2. Résoudre l'équation différentielle en donnant l'expression de $T(t)$ en fonction de γ.
3. a. Déterminer la valeur numérique de la constante γ.
b. En déduire l'expression générale de $T(t)$.
4. Déterminer l'heure du crime.

1- $T_{amb} = -5\,°C$

2- $\dfrac{dT(t)}{dt} = -\gamma T(t) + \gamma T_{amb}$

Ici, il y a 1 - donc $\gamma > 0$

La solution est de la forme

$$T(t) = C e^{-\gamma t} - \frac{\gamma T_{amb}}{-\gamma}$$

$$= C e^{-\gamma t} + T_{amb} \quad \text{(Idem 28)}$$

à $t = 0$ $\quad T(t=0) = C e^{-\gamma \times 0} + T_{amb} = T_{corps}(t=0) = 20\,°C$

⚠ ici la température de départ : trouve le corps

$$\Rightarrow C = T_{corps} - T_{amb}$$

$$\Rightarrow T(t) = (T_{corps} - T_{amb}) \times e^{-\gamma t} + T_{amb}$$

3-a Calcul de γ

Au bout de $t_1 = 30$ min $\quad T(t = 30\text{ min}) = 15\,°C$

on peut laisser les min

$$T(30) = (T_{corps} - T_{amb})\, e^{-\gamma t_1} + T_{amb}$$

$$\Rightarrow e^{-\gamma t_1} = \frac{T(30) - T_{amb}}{T_{corps} - T_{amb}} \Rightarrow -\gamma t_1 = \ln\left(\frac{T(30) - T_{amb}}{T_{corps} - T_{amb}}\right)$$

$$\Rightarrow \gamma = -\frac{1}{t_1} \ln\left(\frac{T(30) - T_{amb}}{T_{corps} - T_{amb}}\right) = -\frac{1}{30} \ln\left(\frac{15 - (-5)}{20 - (-5)}\right)$$

$$\Rightarrow \gamma = 7{,}4 \cdot 10^{-3}\ K \cdot min^{-1}$$

3-b $\quad T(t) = (T_{corps} - T_{amb}) \times e^{-\gamma t} + T_{amb}$

donc $\quad T(t) = (20 - (-5))\, e^{-7{,}4 \cdot 10^{-3} \times t} - 5$

$$T(t) = 25\, e^{-7{,}4 \cdot 10^{-3} \times t} - 5$$

4. Détermination de l'heure du crime

Soit $T(t_2) = 37\,°C$

$$\Rightarrow T(t_2) = 25\, e^{-7{,}4 \cdot 10^{-3} \times t_2} - 5 = 37\,°C$$

$$\Rightarrow e^{-7{,}4 \cdot 10^{-3} \times t_2} = \frac{37 + 5}{25} =$$

$$\Rightarrow -7{,}4 \cdot 10^{-3} \times t_2 = \ln\left(\frac{37+5}{25}\right)$$

$$\Rightarrow t_2 = \frac{1}{-7{,}4 \cdot 10^{-3}} \times \ln\left(\frac{37+5}{25}\right) = -70 \text{ min} = -1\text{ h }10\text{ min}$$

le moins indique 1h10 avant l'arrivée des policiers

donc l'heure du décès est 2h20 - 1h10 = 1h10 du matin.